



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY
B.A./B.Sc. Honours 1st Semester Examination, 2022-23

ECOACOR02T-ECONOMICS (CC2)

MATHEMATICAL METHODS FOR ECONOMICS-I

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 50

The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.

প্রান্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবে।

All symbols are of usual significance.

1. Answer any *five* questions from the following:

2×5 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) The total cost C of a factory per day is a function of its daily output (Q) given by the equation $C = 50 + 3Q$. The factory has a capacity limit of 60 units of output per day. Find the domain and range of the cost function.

একটি কারখানার মোট দৈনিক ব্যয় (C) তার দৈনিক উৎপাদন (Q) এর অপেক্ষক; $C = 50 + 3Q$, কারখানাটির দৈনিক উৎপাদন ক্ষমতা 60 একক। ব্যয় অপেক্ষকটির অঞ্চল ও প্রসার নির্ণয় করো।

(b) Explain the linear dependency of vectors with example.

ভেক্টরের সরলরৈখিক নির্ভরতা উদাহরণসহ বিশ্লেষণ করো।

(c) Explain with examples how log functions are inverse functions of certain exponential functions.

উদাহরণসহ দেখাও কিভাবে 'লগ' অপেক্ষক কোনো 'সূচক' (exponential) অপেক্ষকের বিপরীত অপেক্ষক হয়।

(d) Show that the following demand function is not defined for all values of x ;
 $P_x = \sqrt{16 - x^2}$; where P_x is the price of good x .

দেখাও যে নিম্নলিখিত চাহিদা অপেক্ষকটি x দ্রব্যটির সমস্ত মানের জন্য গ্রাহ্য হবে না। $P_x = \sqrt{16 - x^2}$ যেখানে P_x হল x দ্রব্যের দাম।

(e) Define finite and infinite sets with examples.

উদাহরণসহ সসীম ও অসীম সেটের সংজ্ঞা দাও।

(f) Prove that the following matrix is orthogonal

$$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$



প্রমাণ করো নিম্নলিখিত ম্যাট্রিক্সটি 'orthogonal'.

$$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$



- (g) Show that the 'production possibility frontier' given by the equation $y = -x^2 - x + 20$ is concave to the origin.

দেখাও যে $y = -x^2 - x + 20$ সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত উৎপাদন সম্ভাবনা রেখাটি মূলবিন্দু সাপেক্ষে অবতল।

- (h) Obtain the explicit functions for the following implicit function: $y^2 - 3x^2 - 4 = 0$. 1+1
Are these explicit functions single valued?

নিম্নলিখিত অন্তর্নিহিত অপেক্ষকটির সুস্পষ্ট অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করো।

$$y^2 - 3x^2 - 4 = 0$$

এই সুস্পষ্ট অপেক্ষকগুলি কি একক মূল্যবান অপেক্ষক?

2. Answer any *four* questions from the following: 5×4 = 20

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Find the expenditure function for the utility function $U = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ ($0 < \alpha < 1$).

উপযোগিতা অপেক্ষক $U = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ ($0 < \alpha < 1$)-এর পরিশ্রেণিতে ব্যয় অপেক্ষক নির্ধারণ করো।

- (b) In a perfectly competitive market, the demand and supply functions are $D = 10 - Q$ and $S = Q + 2$. Find the consumer's surplus at the equilibrium.

একটি পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের চাহিদা ও যোগান অপেক্ষক যথাক্রমে $D = 10 - Q$ এবং $S = Q + 2$ । ভারসাম্য অবস্থায় ভোক্তার উদ্বৃত্ত নির্ণয় করো।

- (c) Considering the following demand and average cost function, estimate the level of output which maximises the profit. Compute the values of maximum profit and price. $P = 10e^{-2x}$, $AC = \frac{1}{x}$ where $x =$ demand, $P =$ Price, $AC =$ Average Cost.

নিম্নলিখিত চাহিদা রেখা এবং গড় ব্যয় অপেক্ষক থেকে মুনাফা সর্বোচ্চকারী উৎপাদনের পরিমাণ নির্ধারণ করো। সর্বোচ্চ মুনাফা ও দাম কত হবে তা নির্ধারণ করো। $P = 10e^{-2x}$, $AC = \frac{1}{x}$ যেখানে $x =$ চাহিদা, $P =$ দাম, $AC =$ গড় ব্যয়।

- (d) Show that in a two good world, expenditure share weighted sum of income elasticities is unity and show that the two goods cannot be superior simultaneously. 3+2

দেখাও যে, দুই দ্রব্যবিশিষ্ট পৃথিবীতে খরচের অংশের ওজনে প্রকাশিত আয়গত স্থিতিস্থাপকতার সমষ্টি একের সমান এবং দেখাও যে দুটি দ্রব্য একইসঙ্গে 'Superior' হতে পারে না।

- (e) Given the utility function $U = LY$ where L is leisure time and Y is income. Derive the labour supply function and what will be the shape of the labour supply curve?

প্রদত্ত উপযোগিতা অপেক্ষক $U = LY$ যেখানে L হল অবসর সময় এবং Y হল আয়। শ্রমের যোগান অপেক্ষক নির্ণয় করো এবং যোগান রেখার আকৃতি কিরূপ হবে?



(1) A function $f(x)$ is defined in $(0, 3)$ in the following way:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 \text{ when } 0 < x < 1 \\ &= x \text{ when } 1 \leq x < 2 \\ &= \frac{1}{4}x^3 \text{ when } 2 \leq x < 3 \end{aligned}$$

Show that $f(x)$ is continuous at $x=1$ and $x=2$.

একটি অপেক্ষক $f(x)$ কে $(0, 3)$ তে নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত করা হয়

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 \text{ যখন } 0 < x < 1 \\ &= x \text{ যখন } 1 \leq x < 2 \\ &= \frac{1}{4}x^3 \text{ যখন } 2 \leq x < 3 \end{aligned}$$

দেখাও যে $f(x)$, $x=1$ এবং $x=2$ তে নিরবচ্ছিন্ন হয়।

3. Answer any *two* questions from the following:

10×2 = 20

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) In a two commodity framework derive the Slutsky equation for a rational consumer and show that

6+2+2

- (i) each commodity must be a net substitute of each other;
(ii) own price substitution effect must be negative.

একটি দুই দ্রব্যবিশিষ্ট কাঠামোয় একজন স্বার্থসচেতন ভোক্তার স্লাটস্কি সমীকরণটি নির্ণয় করো এবং দেখাও যে,

- (i) প্রত্যেকটি পণ্য অন্যটির নীট বিপরীত;
(ii) নিজ দামের সাপেক্ষে পরিবর্ত প্রভাব ঋণাত্মক হবেই।

(b) (i) Solve the equations by matrix method:

7

$$7x - y - z = 0$$

$$10x - 2y + z = 8$$

$$6x + 3y - 2z = 7$$

ম্যাট্রিক্স পদ্ধতিতে অপেক্ষকগুলির সমাধান করো:

$$7x - y - z = 0$$

$$10x - 2y + z = 8$$

$$6x + 3y - 2z = 7$$

(ii) Prove that $(x-1)$ is a factor of the determinant

3

$$\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ 3 & x+2 & 4 \\ 4 & 4 & x+3 \end{vmatrix}$$

প্রমাণ করো যে $(x-1)$ উপরোক্ত নির্ণায়কের একটি গুণক।



- (c) (i) Given the production function $Q = K^{1/2}L^{1/2}$ and the prices of inputs $P_K = \text{Rs. } 4$, $P_L = \text{Rs. } 8$ determine the equation of the total cost function.

উৎপাদন অপেক্ষকটি যদি $Q = K^{1/2}L^{1/2}$ ও উপাদানের দাম $P_K = \text{Rs. } 4$, $P_L = \text{Rs. } 8$ হয় তবে মোট ব্যয় অপেক্ষকটি নির্ণয় করো।

- (ii) A plant produces Q tonnes of steel per week at a total cost of Rs. $\left(\frac{1}{3}Q^3 - Q^2 + 452Q + 50\right)$. If the market price is fixed at Rs. 500 per tonne, show that the plant should produce 8 tonnes per week. 5

একটি উৎপাদন প্রতিষ্ঠান Q টন স্টীল প্রতি সপ্তাহে উৎপাদন করে যার মোট ব্যয় Rs. $\left(\frac{1}{3}Q^3 - Q^2 + 452Q + 50\right)$. বাজার দাম যদি ৫০০ টাকা টন প্রতি স্থির থাকে তবে দেখাও যে প্রতিষ্ঠানটি সপ্তাহে ৮ টন দ্রব্য উৎপাদন করতে সক্ষম হবে।

- (d) (i) Construct ordinary and compensated demand functions for x_1 from the utility function 6

$$u = 2x_1x_2 + x_2$$

নিচের উপযোগ অপেক্ষক থেকে x_1 এর ordinary এবং compensated চাহিদা রেখা নিরূপণ করো: $u = 2x_1x_2 + x_2$

- (ii) Show that ordinary demand curve will have greater demand elasticity than the compensated demand curve. 4

দেখাও যে ordinary চাহিদা রেখার 'চাহিদা স্থিতিস্থাপকতা' compensated চাহিদা রেখার স্থিতিস্থাপকতার থেকে বেশী।

—x—